



TITLE:

渦輪と固体境界との相互作用による渦運動と放射音(流体方程式の解の空間的構造)

AUTHOR(S):

大月, 未来

CITATION:

大月, 未来. 渦輪と固体境界との相互作用による渦運動と放射音(流体方程式の解の空間的構造). 数理解析研究所講究録 1991, 739: 224-237

ISSUE DATE:

1991-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/102066>

RIGHT:

渦輪と固体境界との相互作用による渦運動と放射音

東大理 大月 未来 (Miki Otsuki)

いままで、渦輪と固体境界との相互作用による渦音の測定を行ってきた。今回は、実験で用いた渦輪発生装置からの渦輪を可視化した結果と、渦輪の速度が音速に比べ充分遅い場合について、無限平板に開いた渦輪より直径が大きい円盤状の穴を通過する渦輪による遠方音場の測定の結果を報告する。

1. 渦輪発生装置からの渦輪のシュリーレン写真

我々の実験室で用いられている渦輪発生装置からの渦の発生の状況を知る手がかりになるシュリーレン写真が撮影された。その結果、この渦輪発生装置からは、流れを伴う渦輪が発生している事が確かめられた。これらの写真から、発生した渦輪の直径が約 15 mm であることがわかった。また、並進速度は電磁弁の開口時間、高圧ガス側の圧力により、約 30 m/s ~ 60 m/s であることがわかった。

Ⅱ. 無限平板に開けた円盤状の穴を渦輪が垂直に通過した
ときの発生音

1. 理論的背景

渦輪の速度が音速に比べ充分遅い場合（低マッハ数の流れの場合）については、平板に開いた、渦輪より直径が大きい円盤状の穴を通過する渦輪による遠方音場の理論的な計算はすでに行われている⁽¹⁾。計算結果は、次の通りである：

発生する遠方音場の水平面内の分布は、次の式で表される。

$$p = -\frac{\rho_0}{r} \cdot \frac{d}{dt} M_z(t - \frac{r}{c}) - \frac{\rho_0}{3c^2} \cdot \frac{1}{r} \cdot P_z(\cos \theta) \cdot \frac{d^3}{dt^3} Q_z(t - \frac{r}{c})$$

ここで、

$$M_z(t) = a_z(t) \cdot \text{sgn}(z)$$

$$Q_z(t) = \frac{1}{2} \cdot \Gamma \cdot R^2 \cdot Z \cdot [1 + \text{sgn}(z \cdot Z)] + a_z(t) \cdot \text{sgn}(z)$$

$$a_z(t) = \frac{\Gamma}{\pi} (a + \text{Im} S_z)$$

$$a_z(t) = \frac{\Gamma}{\pi} \left\{ \frac{a^3}{3} - a^2 \text{Im} S_z - \frac{2}{3} \text{Im} S_z^3 + Z \cdot \text{Im} [(|Z| - ia) S_z + R^2 \log (\frac{|Z|}{a} - i + \frac{S_z}{a})] \right\}$$

$$S_z = [R^2 + (Z - ia)^2]^{1/2}$$

ただし、 p ：放射音圧、 ρ_0 ：静止密度、 c ：音速、 t ：時刻、 r ：観測者と穴の中心との距離、 z ：観測者の位置の z 成分、 a ：穴の半径、 Γ ：渦輪の循環、 R ：渦輪の半径、 Z ：渦輪の中心の位置の z 成分、 U ：渦輪の速度、 sgn ：実

数の符号を表す。 $\text{sgn}(z) = \begin{cases} 1 & z \geq 0 \\ -1 & z \leq 0 \end{cases}$

\log : 自然対数、 Im : 複素数の虚数部、

$P_2(\cos \theta)$: 二階のルジャンドル関数。

$$P_2(\cos \theta) = \cos^2 \theta - \frac{1}{3},$$

π : 円周率。

ここで示した結論の物理的意味は、次の通りである。

(i). 発生音は、単極音 ($M_1(t)$ を含む項) と、四重極音 ($Q_2(t)$ を含む項) の合成音が主成分である。ただし、発生音の波長に比べて遠方場で測定したときは、単極音が主成分である。

(ii). 平板を境にして、ノズル側 (以後、領域 I と呼ぶ)、ノズルと反対側 (以後、領域 II と呼ぶ)、の二つの空間領域での、同時刻での単極音の音圧は、絶対値が等しく、符号が反対になる。単極音の物理的意味は次の通りである。

領域 I では、穴の中心に吸い込みが、領域 II では、穴の中心に湧き出しが存在するように見える。その強度が時間と共に変化するため、発生音の様子は次に述べるように変化する。

1. 渦輪が穴から充分遠い位置で穴に向かっているとき。

領域 I での吸い込み、領域 II での湧き出しの強度がまだ弱い。このため、放射音は小さい。

2. 渦輪が穴を通過する直前。

それぞれの領域での吸い込み、湧き出しの強度が強くなる。

最初、まわりの流体は静止しているため、領域Ⅰでは、流体の膨張が、領域Ⅱでは、圧縮が起こる。その変化が時間と共に外側へ伝播していく。これが遠方場でそれぞれ、領域Ⅰで負の、領域Ⅱで正の音圧の音波として観測される。

3. 渦輪が穴を通過するとき。

吸い込み、湧き出しの強度の変化率は一番小さくなるため、音圧は 0 (Pa) 付近に下がる。

4. 渦輪が穴を通過した直後。

吸い込み、湧き出しの強度が、時間と共に弱くなる。このため、領域Ⅰではまわりの流体の圧縮が、領域Ⅱでは膨張が起こる。これが遠方場でそれぞれ、領域Ⅰで正の、領域Ⅱで負の音圧の音波として観測される。

5. 渦輪が穴から充分遠ざかったとき。

吸い込み、湧き出しの強度が弱くなる。このため、放射音は小さくなる。

④. 四重極成分の符号は、渦輪の位置、マイクロフォンの位置によって複雑に変化する。

実際の遠方場（音波の波長に比べて充分遠い領域）での観測では、四重極音に比べて、単極音の方が強い強度で観測されることが予想される。

2. 渦音の実験とその結果

2-1. 設定

ノズルと垂直で鉛直方向に固定させた平板に円盤状の穴を開け、そこに渦輪を通過させる。このとき発生する音波の音圧波形を測定する。平板としては、円盤状の穴の開いている部分に約 30×30 cm、厚さ 2 mm のアクリル板を用い、そのまわりを囲むように、無響室を半分に仕切るだけの大きさのベニヤ板 (90×180 cm のものを 2 枚) をたてる。これらの板は、すべてノズルと垂直に固定される。アクリル板の中心に直径 30 mm の円盤状の穴を開け、その中心を渦輪の中心が通過するようにセットする (図 1、図 2)。

2-2. 結果

平板に垂直な水平面内の渦音の分布はつぎの性質をもつ。

① マイクロフォンをどの角度に設置しても、それからの音圧が負圧になる時刻と正圧になる時刻とがある。実験の設定が等しければ、その音圧信号の波形が 0 (Pa) を横切るときの時刻はマイクロフォンの設定角度によらず、だいたい一定である。② 同じ時刻での、領域 I での音圧と領域 II での音圧とは、だいたい、音圧の絶対値が等しく、符号が反対の関係を持っている。

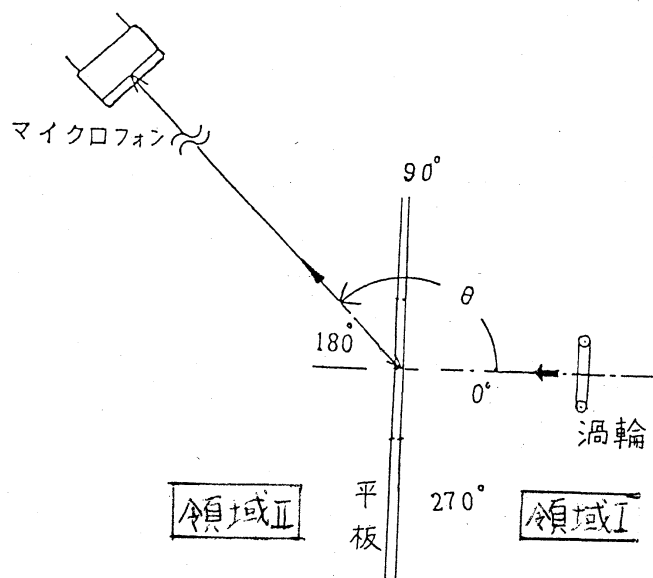


図 1 : ノズルと平板、穴との位置関係。穴の直径 = 30 mm

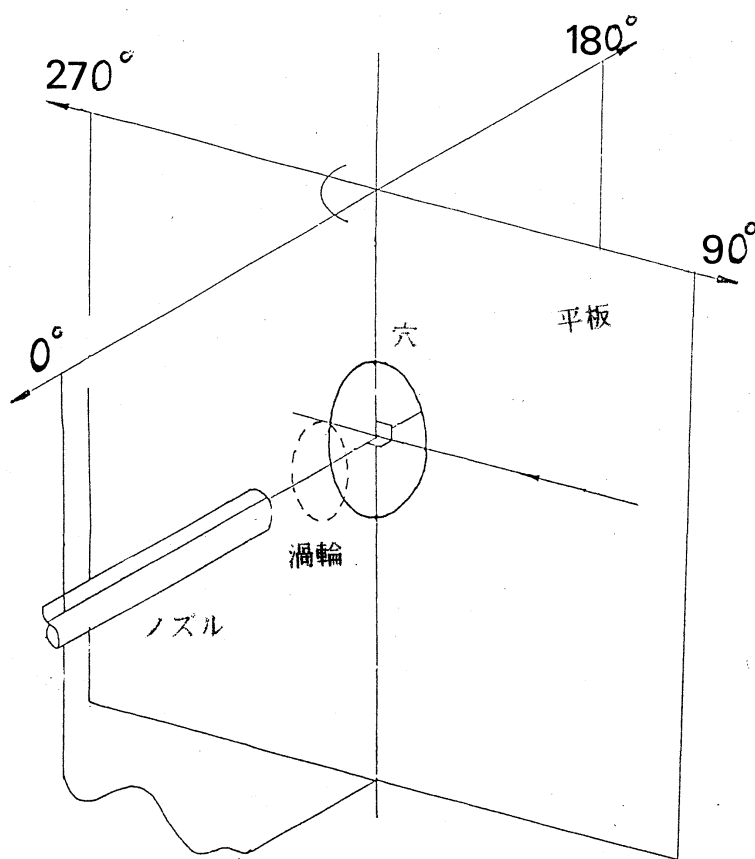


図 2 : 実験の設定略図

2-3. 平板に垂直な水平面内の渦音の分布

この実験で、渦輪の速度の変化による渦音の性質の変化を調べるため、下記の四種類の条件設定で渦音の音圧信号の水平面内の分布を測定した。 $\phi = 30 \text{ mm}$ のもとで、

1. $v = 43.9 \text{ m/s}$ 、 2. $v = 50.1 \text{ m/s}$ 、
3. $v = 57.2 \text{ m/s}$ 、 4. $v = 62.6 \text{ m/s}$

(v : 渦輪の速度、 ϕ : 平板上の穴の直径。)

ここで、渦輪の速度は渦輪のシュリーレン写真から測定したものである。

実験の結果、様々な波形や振幅の渦音が得られた。その三次元透視図が 図 3、図 4、である。渦輪の速度によって、渦音の振幅が変化している様子がわかる。

2-4. 渦音の多重極性

2-3. で示した 4. の場合について渦音の平板に垂直な面内の分布の多重極性を調べた。調べた方法は次の通りである。

1. フーリエ係数。音圧 $p(\theta, t)$ (θ はマイクロフォンの設置角度、 t は時刻) を (3) 式の形に展開、そのフーリエ係数 $a_k(t)$ 、 $b_k(t)$ を数値積分で求めた。

$$p(\theta, t) = \sum_{k=0}^2 (a_k(t) \cos k\theta + b_k(t) \sin k\theta) \cdots (3)$$

式 (3) 中の二つの項 $a_1(t) \cos \theta + b_1(t) \sin \theta$ は、次の形

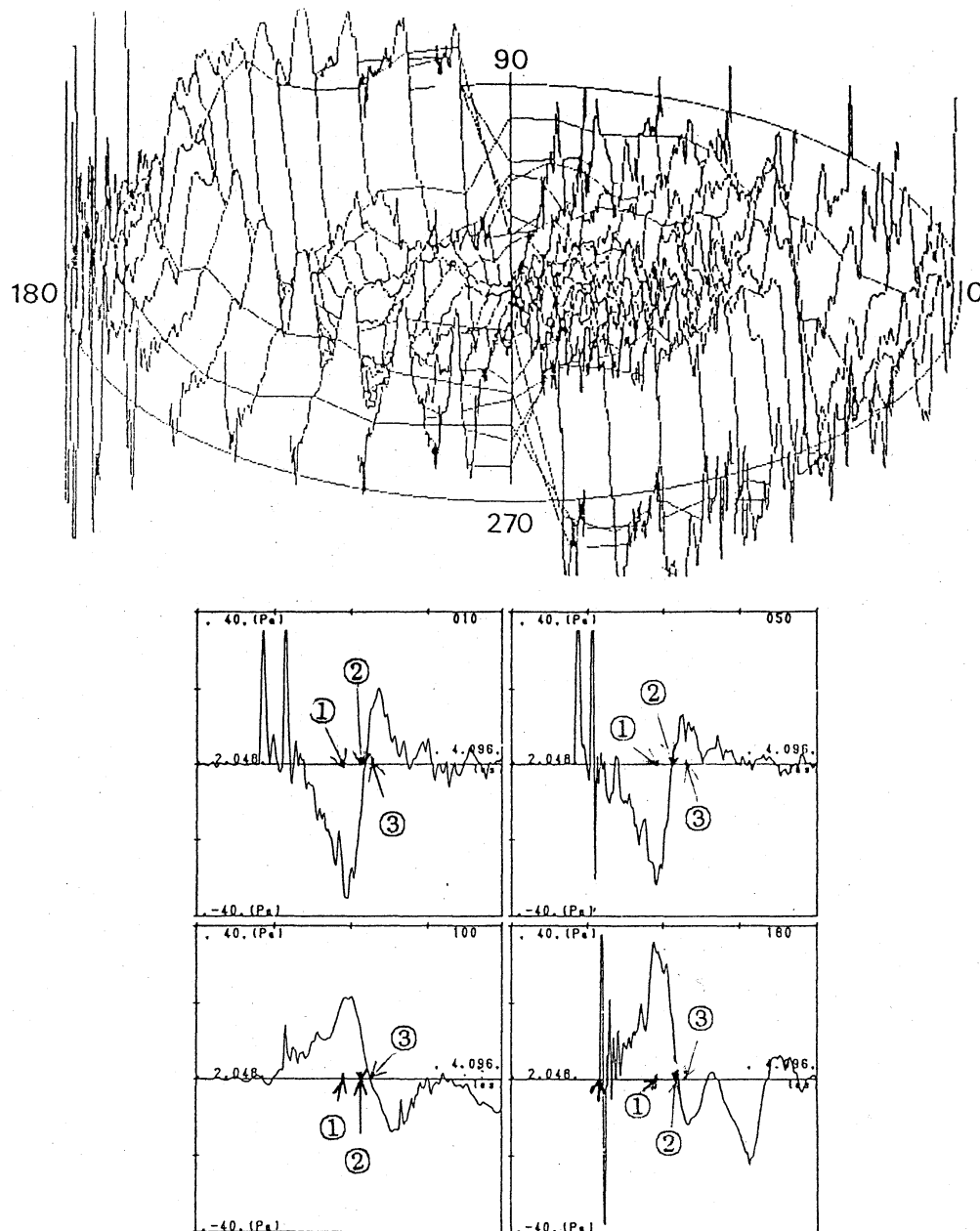


図 3 : 渦音の平板に垂直な面内の分布。十回の実験結果の平均波形である。
 (d) 穴の直径 = 30 mm、渦輪の速度 = 62.6 m/s、
 ただし、90°での波形は、ノズル側での音圧信号の波形を、270°での波形は、
 ノズルと反対側での信号の波形のみを表している。
 (時刻は 2.6624 ms から 4.096 ms までの範囲である。)
 下の図は、マイクロフォンの位置が 10°、50°、100°、180°のときの
 音圧信号の波形である。

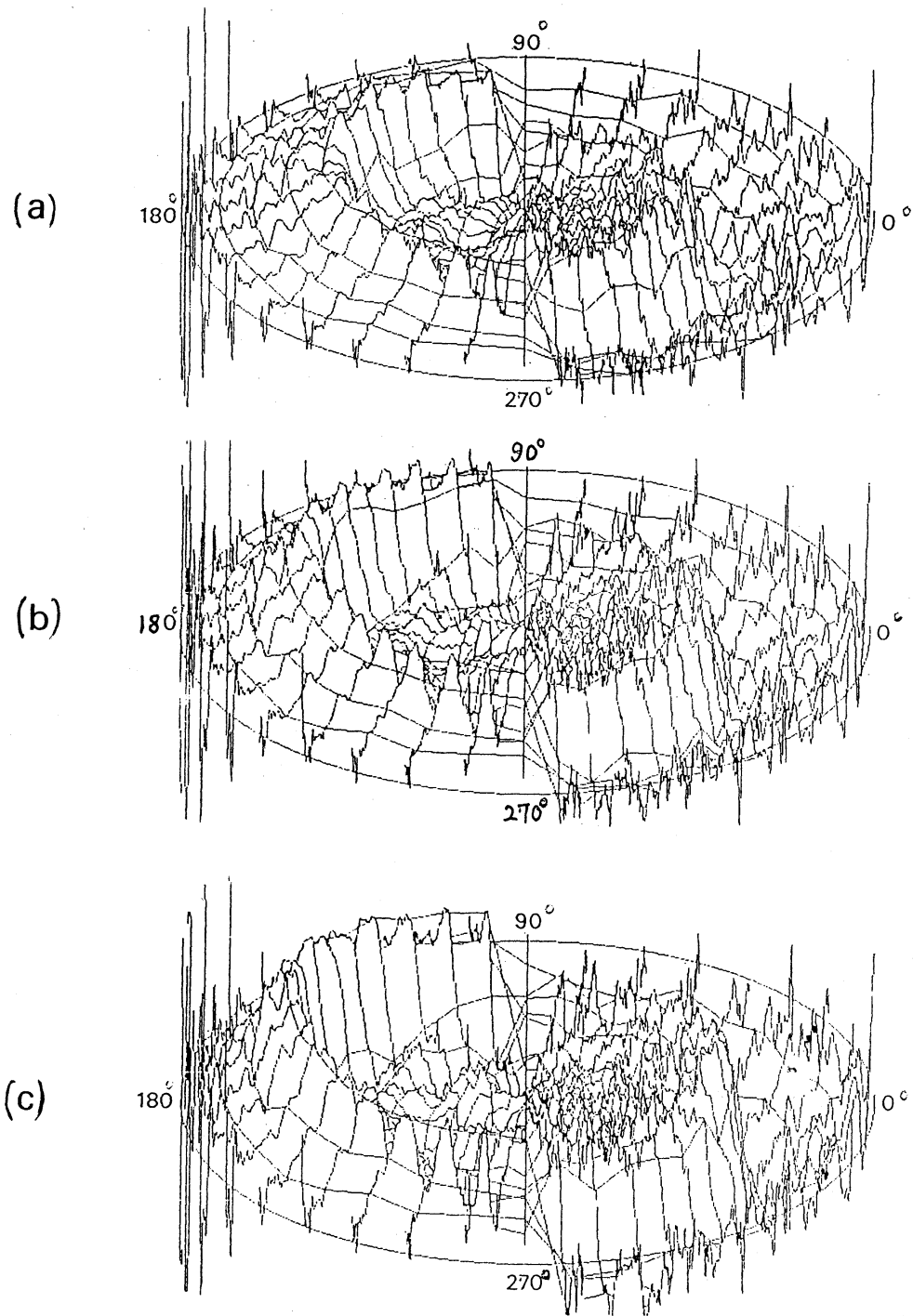


図 4 : 渦音の平板に垂直な面内の分布の図
 (a) 穴の直径 = 30 mm、渦輪の速度 = 43.9 m/s、
 (b) 穴の直径 = 30 mm、渦輪の速度 = 50.1 m/s、
 (c) 穴の直径 = 30 mm、渦輪の速度 = 57.2 m/s、
 (時刻は 2.6624 ms から 4.096 ms までの範囲である。)

に書き直される：

$$p_s(\theta, t) = p_{s0}(t) \cos(\theta - \phi_0(t))$$

ここで、 $p_{s0}(t) = (a_1^2(t) + b_1^2(t))^{1/2}$ 、 $\tan \phi_0(t) = \frac{b_1(t)}{a_1(t)}$ 。

また、式(3)中の三つの項 $a_0(t) + a_2(t) \cos 2\theta + b_2(t)$

$\sin 2\theta$ は、次の形に書き直される：

$$p_{m0}(t) = p_m(\theta, t) + p_s(\theta, t)$$

$$p_m(\theta, t) = p_{m0}(t)$$

$$p_s(\theta, t) = p_{s0}(t) \left(\cos^2(\theta - \phi_1(t)) - \frac{1}{3} \right)$$

ここで、

$$p_{m0}(t) = a_0(t) - \frac{1}{3} (a_2^2(t) + b_2^2(t))^{1/2}$$

$$p_{s0}(t) = 2(a_2^2(t) + b_2^2(t))^{1/2}$$

$$\tan 2\phi_1(t) = \frac{b_2(t)}{a_2(t)}。$$

第一項は単極成分、第二項は四重極成分である。図5、

図6は、こうした解析の結果得られた単極成分 $p_{m0}(t)$ 、二重極成分 $p_{s0}(t)$ 、四重極成分 $p_{s0}(t)$ である。

この実験結果の分析の結果から、渦音の音圧信号の水平面内の分布について次のことがわかった。①単極成分が強い。但し、領域Ⅰと領域Ⅱとでは、同時刻の単極成分が、だいたい、絶対値が等しく符号が反対の関係にある。②単極成分に比べると振幅が小さいが、四重極成分も存在する。

2-5. 平板の穴を通過する渦輪のシュリーレン写真

図7は、渦輪が平板と垂直な直線にそって平板の穴を通

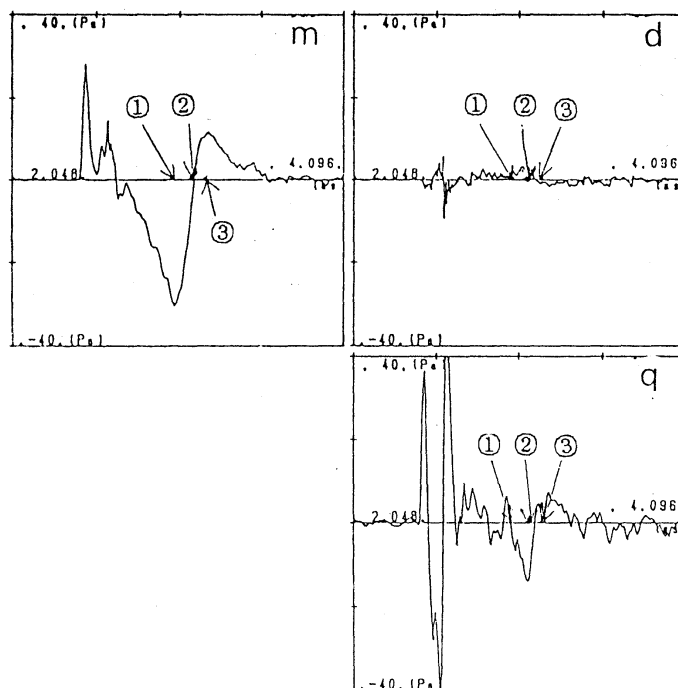


図 5 : 渦音の平板に垂直な面内の分布における多重極成分。
 穴の直径 = 30 mm、渦輪の速度 = 62.6 m/s、
 ノズル側の領域に放射される渦音に対する
 (m) 単極成分の係数。
 (d) 二重極成分の係数。
 (q) 四重極成分の係数。

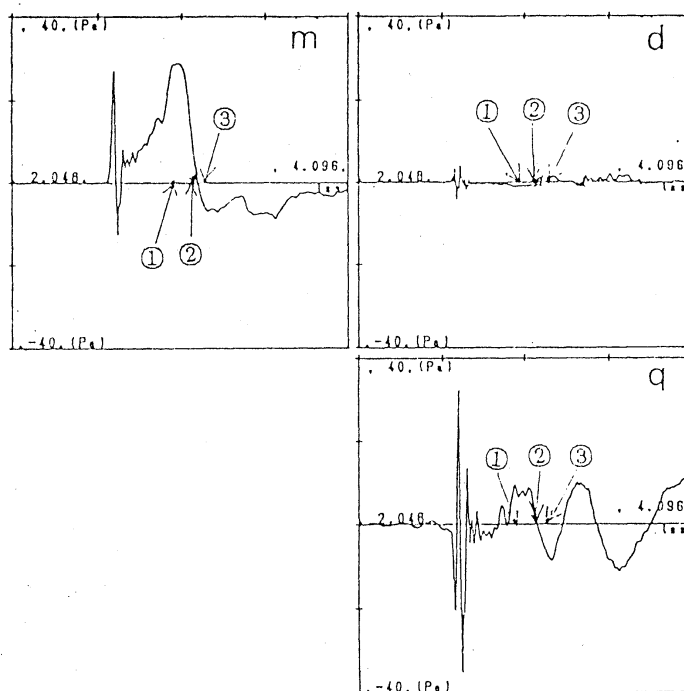


図 6 : 渦音の平板に垂直な面内の分布における多重極成分。
 穴の直径 = 30 mm、渦輪の速度 = 62.6 m/s、
 ノズルと反対側の領域に放射される渦音に対する
 (m) 単極成分の係数。
 (d) 二重極成分の係数。
 (q) 四重極成分の係数。

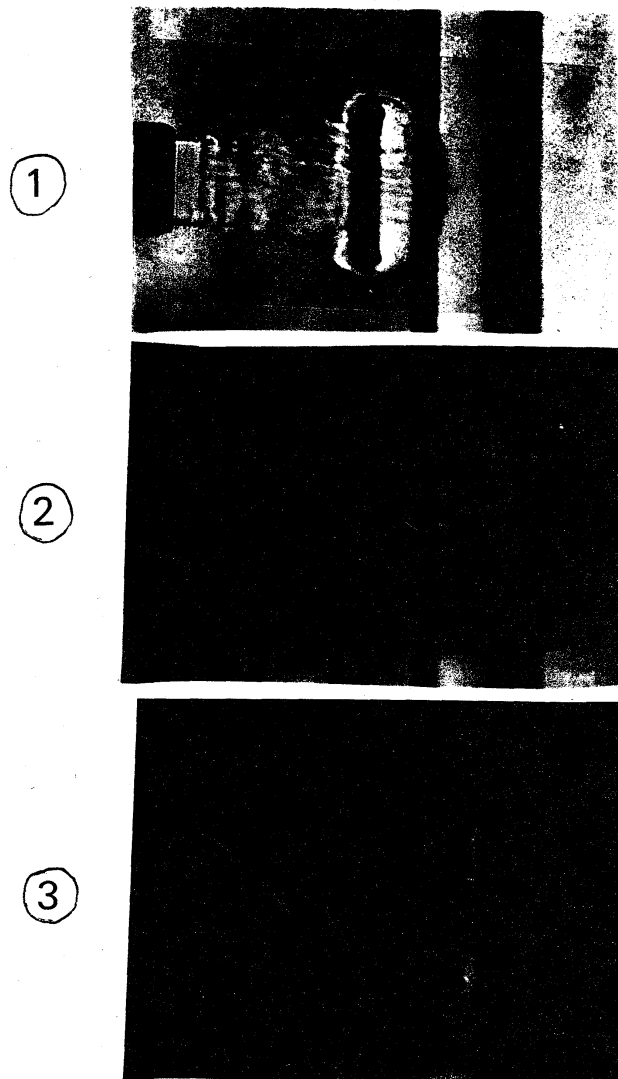


図 7 : 平板に開いた円盤状の穴を通過する渦輪のシュリーレン写真。
図 4、5、6 中にある番号で示した時刻での音波は、この図の同じ番号の写真に表れている渦輪の状態と関係がある。渦輪が平板の穴を通過する前後に音波が発生している様子がわかる。

る場合の渦輪のシュリーレン写真である。渦輪の発生、直進の様子は、自由空間内の渦輪とほとんど変わらない。

渦輪は穴をつくっている平板の縁の影響による変形を受けないで直進している。

2-6. 渦輪の運動と発生音との関係

この観察結果わかった渦輪の運動と、渦音との関係を調べた。その結果が図4、5、6に示してある。詳細は図の脚注を参照。この結果、次の事がわかった。①渦音は、渦輪が平板の穴を通過する前後に発生する。②渦輪の渦核のつくる平面と、穴を含む平板とが一致した時点と、発生音の正圧と負圧が逆転する時点とがほぼ一致する。以上に述べた結果は、1で述べた理論的考察と定性的に一致している。

3. まとめ

ここでは、渦輪を使って、無限平板に開けた円盤状の穴を渦輪が垂直に通過したときの発生音を調べた。この結果、渦輪という局在渦からの渦音として、とくに音圧波形の性質に単純な法則性があること、その定性的性質も、渦音の理論から予測される性質とほぼ一致すること、渦輪の固体境界付近での非定常運動と発生する渦音との関係が深いこと、などがわかった。

なお、この実験は、法政大の鳴田君、芹沢君、電通大の山

口君と共同で行われた。

参考文献

- (|) T.Miyazaki , T.Kambe , (1986) Phys. Fluids 29
(12) , 4006.